

## (2次対策：2021年④)

---

**問題** 2つの数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  を次のように定める。

$$a_1 = 2, \quad b_1 = 2,$$

$$a_{n+1} = a_n + \frac{b_n}{4}, \quad b_{n+1} = a_n + b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1)  $a_{n+1} + \alpha b_{n+1} = \beta(a_n + \alpha b_n)$  を満たす実数  $\alpha, \beta$  の2つの組  $(\alpha_1, \beta_1)$  と  $(\alpha_2, \beta_2)$  を求めよ。ただし、 $\alpha_1 < \alpha_2$  とする。
- (2) (1) で求めた  $\alpha_1$  に対して、数列  $\{a_n + \alpha_1 b_n\}$  の一般項を求めよ。
- (3) 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  の一般項をそれぞれ求めよ。
- (4) 座標平面において  $O(0, 0)$ ,  $A\left(1, -\frac{1}{2}\right)$ ,  $C_n(a_n, b_n)$  とし、 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC_n}$  をベクトル  $\overrightarrow{OA}$  と  $\overrightarrow{OC_n}$  の内積とすると、次の和を求めよ。

$$\sum_{n=1}^{\infty} \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC_n}$$