

問題 数列  $\{a_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  が  $S_n = n^2 + 3n + 2$  で表されているとする。

(1) 一般項  $a_n$  を求めよ。

(2)  $\frac{S_1 S_3}{S_2} + \frac{S_2 S_4}{S_3} + \frac{S_3 S_5}{S_4} + \cdots + \frac{S_n S_{n+2}}{S_{n+1}}$  を求めよ。

(3)  $\frac{S_4}{S_3 S_5} + \frac{S_7}{S_6 S_8} + \frac{S_{10}}{S_9 S_{11}} + \cdots + \frac{S_{3n+1}}{S_{3n} S_{3n+2}}$  を求めよ。