

ある自然数が9で割り切れるかどうかの見分け方については、中学で習ったことがある人もいると思うけど、念のために復習することにしましょう。

定理 「ある自然数について、その各位の数の和が9で割り切れるならば、その自然数は9で割り切れる。」

解説 例えば、7344は各位の数を足すと、 $7+3+4+4=18$ となり、18は9の倍数ですから、この定理を利用すると7344は9で割り切れることになります。これを4桁の数を例に証明してみることにしましょう。

4桁の数を $1000a + 100b + 10c + d$ (但し、 a, b, c, d は整数。 $1 \leq a \leq 9, 0 \leq b \leq 9, 0 \leq c \leq 9, 0 \leq d \leq 9$) と表すと

$$\begin{aligned} 1000a + 100b + 10c + d &= 999a + 99b + 9c + (a + b + c + d) \\ &= 9(111a + 11b + c) + (a + b + c + d) \end{aligned}$$

$9(111a + 11b + c)$ は9で割り切れるから $a + b + c + d$ が9で割り切れたら $1000a + 100b + 10c + d$ は9で割り切れることになります。

ところで、この方法はある自然数が3で割り切れるかどうかにも利用することが出来ます。なぜなら

$9(111a + 11b + c)$ は3で割り切れるから $a + b + c + d$ が3で割れたら $1000a + 100b + 10c + d$ も3で割り切れるからです。

皆さん、分かりましたか。