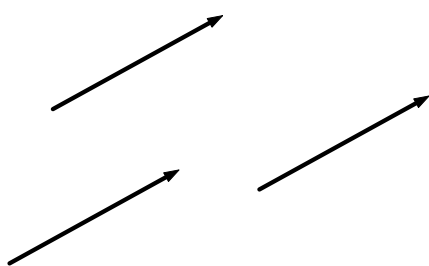


「ベクトルの超基本」講座、今回はその②として、ベクトルの成分表示について学びます。

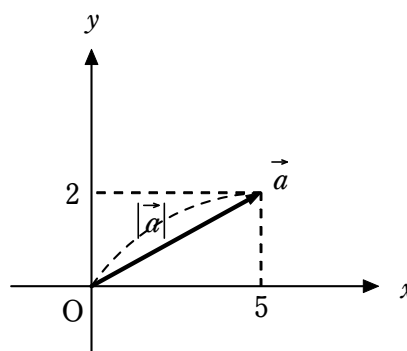
### 【第一章】

#### (1) 「ベクトルの成分表示とベクトルの大きさ」

ベクトルは、向きと大きさを兼ね備えた数量で、向きと大きさが同じベクトルならば、全て同じベクトルだと言えます。ですから、下の図1の有向線分(矢印)で表された3つのベクトルは、全て同じベクトルということになります。これらを成分表示という方法で表すためには、そのルールを決めねばなりません。そのルールとは、ベクトルを平行移動し、始点を原点に移動したときの、終点の座標をベクトルの成分表示とするというものです。



(図1)

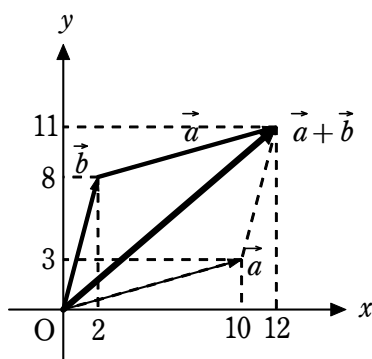


(図2)

図2を見て下さい。左の有向線分(矢印)で表されたベクトルを $\vec{a}$ とすると、始点が原点に移るように平行移動すると、終点の座標は(5,2)となります。よって、 $\vec{a}$ の成分表示は $\vec{a}=(5,2)$ となり、その大きさは三平方の定理を使って $|\vec{a}|=\sqrt{5^2+2^2}=\sqrt{29}$ となります。

#### (2) 「ベクトルの足し算、引き算と成分表示」

いくら成分表示の仕方を決めても、それが前回の授業で説明した足し算や引き算の仕方と矛盾するようでは、全く意味がありません。ところが、この成分表示は、有向線分(矢印)を使って説明した足し算や引き算の方法と全く矛盾なくつながります。それを下の図で確認してみましょう。



まず、2つのベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ に着目しましょう。それぞれの成分は始点を原点においた場合、終点の座標を読めば良いですから、

$$\vec{a}=(10,3), \vec{b}=(2,8) \text{ となり、その和は}$$

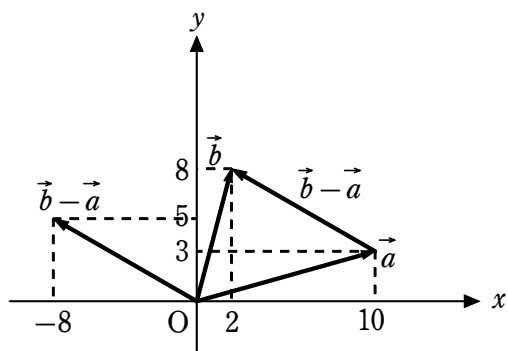
$$\vec{a}+\vec{b}=(10,3)+(2,8)=(12,11) \text{ となり、図形で足し算をしたときの結果と、ちゃんと合っていますね。}$$

勿論、引き算の場合も矛盾なく使えます。実際に確かめてみましょう。

次ページにあるように、 $\vec{a}$ の終点から $\vec{b}$ の終点に向かう有向線分(矢印)は

$$\vec{b}-\vec{a} \text{ で表されますが、計算上では } \vec{b}-\vec{a}=(2,8)-(10,3)=(-8,5) \text{ となります。}$$

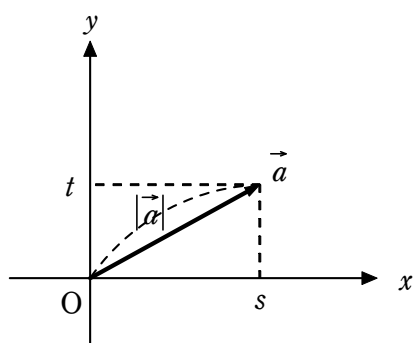
これを図形上で確かめるには、 $\vec{b}-\vec{a}$ の始点を原点に移して、その終点の座標を読み取らねばなりません。



図で確認してみてください。確かに  $\vec{b}-\vec{a}=(-8,5)$  になっていますね。

このように、ベクトルの始点を原点に移動し、その終点の座標をベクトルの成分表示とするという方法は、図形における結果と全く矛盾しません。実に素晴らし着想だと思いますね。

ここで、もう一度、ベクトルの成分表示について確認してみましょう。ベクトルを成分で表すには、始点を原点にし、終点の座標を成分とすればよく、また、そのベクトルの大きさは下の図のように、その成分を使って三平方の定理で求められます。



左図の  $\vec{a}$  の成分は  $\vec{a}=(s, t)$

その大きさは  $|\vec{a}|=\sqrt{s^2+t^2}$  となります。